

Теорема. Множество всех действительных чисел несчетно.

Начало доказательства: допустим, что множество действительных чисел отрезка $[0,1]$ счетно. Тогда все эти числа можно занумеровать натуральными числами: $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$. Покроем каждую точку a_i интервалом G_i длины 10^{-i} .

Дальше нужно решить задачи с 4 по 7:

Задача 4. Доказать, что при любом n объединение $G_1 \cup G_2 \cup \dots \cup G_n$ не покрывает отрезка $[0,1]$.

Выберем какую-нибудь точку, не покрытую этими интервалами, и обозначим ее через B_n .

Задача 5. Доказать, что найдется точка, предельная для множества точек B_n (обозначим эту точку через C).

Задача 6. Найдите противоречие в том факте, что точка C покрыта некоторым интервалом G_k .

Задача 7. Это противоречие доказывает, что множество точек отрезка не может быть счетным. Выведите из этого, что и множество всех действительных чисел несчетно.

но тогда точка C не-важна на отрезке

